

Sur la base des données recueillies dans l'article *Characterizing the van Hiele Levels of Development in Geometry*, les auteurs Burger et Shaughnessy ont cherché à mettre en évidence ce qui est le plus révélateur de chaque niveau van Hiele (sauf le cinquième) parmi leurs données. Voici leurs conclusions, niveau par niveau (Trad. : D. Tanguay).

tests

### Niveau 1

def.

1. Utilisation de propriétés imprécises (qualités) pour comparer des dessins et pour identifier, caractériser ou assortir des formes.
2. Faire référence à des prototypes visuels pour caractériser des formes.
3. Prise en compte d'attributs non pertinents pour identifier ou décrire des formes, comme l'orientation de la figure sur le papier.
4. Inaptitude à concevoir une variété infinie de types de formes.

b a

a b

b

a

b

d

def.

déduction

5. Assortiments incohérents ; à savoir, assortir des formes selon une propriété que ne partagent pas les formes assorties.
6. Inaptitude à utiliser des propriétés comme conditions nécessaires pour déterminer une forme ; par exemple, deviner dans la tâche de la forme mystérieuse après beaucoup trop peu d'indices, comme si les indices révélés déclenchaient une image visuelle.

### Niveau 2

class.

logique

1. Comparer des formes explicitement au moyen des propriétés de leurs composantes.
2. Refuser ou être réticent à l'inclusion des classes parmi des types généraux de formes, comme les quadrilatères.
3. Assortir selon un seul attribut, comme les propriétés des côtés, en négligeant les angles, la symétrie, etc.

b c

b

b d

d

def.

4. Appliquer une litanie de propriétés nécessaires plutôt que de déterminer des propriétés suffisantes, pour identifier des formes, expliquer l'identification ou prendre une décision à propos d'une forme mystérieuse.
5. Décrire des types de formes par utilisation explicite de leurs propriétés, plutôt que par le nom du type, même lorsqu'il est connu. Par exemple, plutôt que de parler de rectangle, on se réfère à la forme comme à une figure à quatre côtés ayant tous ses angles droits.
6. Rejet explicite des définitions standards en faveur d'une caractérisation personnelle.

b

b e

épé-  
riment

7. Traitement de la géométrie comme en physique, pour tester la validité d'une proposition ; par exemple, se fier à une multiplicité de dessins et aux observations faites sur eux.

8. Net déficit de compréhension des preuves mathématiques.

dédiction

### Niveau 3

1. Formation de définitions complètes pour les types de formes.
2. Aptitude à modifier des définitions et à immédiatement accepter et utiliser des définitions pour de nouveaux concepts.
3. Références explicites aux définitions.
4. Aptitudes à accepter des formes équivalentes d'une même définition.
5. Acceptation d'un ordre logique partiel au sein des types de formes, y compris l'inclusion des classes.
6. Aptitude à assortir des formes selon une pluralité d'attributs mathématiques précis.
7. Utilisation explicite d'affirmation de type « si ... , alors ».
8. Aptitude à former des arguments déductifs informels, utilisant implicitement des règles logiques comme l'implication en chaîne (si  $p$  implique  $q$  et  $q$  implique  $r$ , alors  $p$  implique  $r$ ) ou la règle de détachement (le modus ponens).
9. Confusion entre les rôles des axiomes et des théorèmes.

### Niveau 4

1. Clarification des questions ambiguës et reformulation des tâches-problèmes en un langage précis.
2. Recours fréquent à la conjecture et tentatives assidues de vérification déductive des conjectures.
3. Recours à la *preuve* comme autorité ultime pour décider de la vérité d'une proposition mathématique.
4. Compréhension des rôles des composantes d'un discours mathématique, comme axiomes, définitions, théorèmes, preuves.
5. Acceptation implicite des postulats de la géométrie euclidienne.

tests

b

f e

b d e

f

f

e f

e

e

e

d f

e f

e f

def.

class.  
logique

Deduct.

Composition

attitude